A FIRST COURSE OF LINEAR ALGEBRA

pag 318 del libro

pag 368 del formato pdf.

In the vector space of polyomial P_3, determinate if the set S is linearly independent or linearly dependent.

En el espacio vectorial de polinomios P_3(de grado 3), determina si S es linealmente independiente o linealmente dependiente.

$S = \left(2+x-3x^2-8x^3, 1+x+x^2+5x^3, 3-4x^2-7x^3\right)$

SOLUTION C22(contributed by Robert Beezer)

Begin with a relation of linear dependence (⟨acronymref|definition|RLD⟩),

Comenzamos con la relacion de dependencia lineal

$$a_1\left(2+x-3x^2-8x^3\right)+a_2\left(1+x+x^2+5x^3\right)+a_3\left(3-4x^2-7x^3\right)=(0,0,0)$$

Massage according to the definitions of scalar multiplication and vector addition in the definition of P_3 (⟨acronymref|example|VSP⟩) and use the zero vector dro this vector space,

De acuerdo a la definicion de multiplicacion escalar y el vector adicion en la definicion de P_3 y el uso del vector 0 o nulo, obtenemos el espacio vectorial.

$$(2a_1+a_2+3a_3)+(a_1+a_2)x+(-3a_1+a_2-4a_3)x^2+(-8a_1+5a_2-7a_3)x^3=0+0x+0x^2+0x^3$$

The definition of the equality of polynomials allows us to deduce the following four equations,

La definicion de la igualdad de polinomios nos permite deducir las siguientes cuatro ecuaciones

$$\begin{aligned}2a_1+a_2+3a_3&=0\\a_1+a_2&=0\\-3a_1+a_2-4a_3&=0\\-8a_1+5a_2-7a_3&=0\end{aligned}$$

Row-reducing the coefficient matrix of this homogeneous system leads to the unique solution $a_1=a_2=a_3=0$. So the only relation of linear dependence on S is the trivial one, and this is linear independence for S (⟨acronymref|definition|LI⟩).

La reduccion por fila de la matriz de coeficientes del sistema homogeneo, genera una unica solucion $a_1=a_2=a_3=0$. Y la unica relacion de la dependencia lineal en S es trivial, y este es la independencia lineal .